

Exercice 1

Une enceinte de volume V à la température T est le siège d'ondes électromagnétiques. On montre que ces ondes sont équivalentes à une assemblée de photons. À une onde de fréquence ν on associe un photon d'énergie $\varepsilon = h\nu$. L'énergie d'un photon est reliée au module p de son impulsion par la relation $\varepsilon = cp$. Pour une impulsion donnée, un photon peut être dans deux états distincts de polarisation opposées. On néglige les interactions entre les photons. Les processus d'émission et d'absorption des photons par les parois de l'enceinte se traduisent simplement par le fait que le nombre de photons contenus dans l'enceinte n'est pas constant.

Propriétés thermodynamiques d'un gaz de photons dans une enceinte

1. Loi de Planck - On désigne par $\rho(\nu, T)$ l'énergie par unité de volume des photons ayant leur fréquence comprise entre ν et $\nu + d\nu$, $\rho(\nu, T)$ est aussi appelée densité spectrale d'énergie et son expression a été obtenue par Max Planck en 1900. Déterminer $\rho(\nu, T)$ en procédant à une limite thermodynamique sur un dénombrement des états dans l'espace des impulsions, puis des énergies et des fréquences.
2. Déterminer dans la limite thermodynamique, les expressions de l'entropie S , de l'énergie interne U et de l'énergie libre F de ce gaz de photons. En déduire son équation d'état reliant sa pression P à sa densité d'énergie $\mathcal{U} = U/V$.

Propriétés du corps noir

Un corps noir est un système idéal caractérisé par une température T et dont la densité spectrale d'énergie est donnée par la loi de Planck. Un tel système est donc un gaz de photons en nombre indéterminé, sans interaction et à l'équilibre. Afin de caractériser le rayonnement d'un corps noir, on aménage dans l'enceinte précédente un petit orifice de surface $d\Sigma$ et on définit son pouvoir émissif \mathcal{W} comme le flux d'énergie sortant de cet orifice. Cette quantité est donc donnée par la relation

$$\mathcal{W} = \varepsilon \frac{n_{\Sigma}(\theta, \varphi, \varepsilon)}{d\Sigma dt}$$

où la quantité $n_{\Sigma}(\theta, \varphi, \varepsilon)$ représente le nombre de photons d'énergie $\varepsilon \in [\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon]$ pointant leur impulsion dans l'angle solide $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$ et traversant la section $d\Sigma$ pendant le temps dt . Ces photons sont ceux qui se trouvent dans le cylindre représenté sur la figure 1 et qui vont donc sortir de l'enceinte par l'orifice pendant la durée dt .

1. Montrer que le pouvoir émissif s'écrit sous la forme $\mathcal{W} = \sigma T^4$ où l'on exprimera la constante de Stéfán σ en fonction de k , h et c .
2. Le soleil est une étoile, que l'on supposera sphérique, dont le rayon est $r_{\odot} = 0,70 \cdot 10^9$ m et dont la distance moyenne à la terre est $d_{\oplus} = 1,49 \cdot 10^{11}$ m. Sa surface est un corps noir de température $T_{\odot} = 5780$ K. On appelle constante solaire \mathcal{W}_{\oplus} la quantité d'énergie reçue par la terre par seconde et unité de surface en provenance du soleil. On suppose que l'énergie rayonnée par le soleil se propage sans perte jusqu'à la terre. Détermine l'expression et la valeur numérique de \mathcal{W}_{\oplus} . En précisant les différentes hypothèses effectuées estimer la température de la terre si l'on admet que celle-ci n'est chauffée que par le soleil.

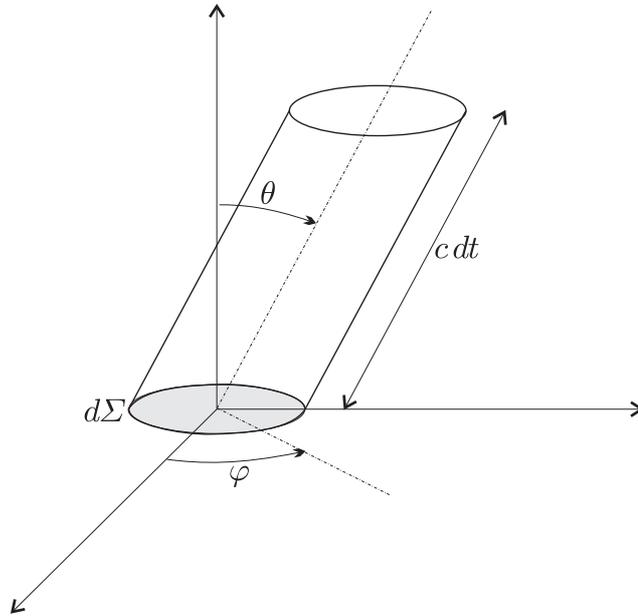


FIGURE 1 – Émission du corps noir

3. L'étoile Antarès (α Scorpii) est une étoile double de la constellation du Scorpion dont la plus brillante composante (α Scorpii–A) est une supergéante rouge en fin de vie, d'une masse comprise entre 15 et 18 M_{\odot} , d'un diamètre égal à 700 fois celui du Soleil sa température de Surface est de 3500 K. Elle est située à une distance $d_a = 600$ années-lumière de la Terre. D'ici très très peu de temps à l'échelle astronomique, elle devrait imploser en supernovae.

- Déterminer la puissance rayonnée actuellement par Antarès, en astrophysique on parle plutôt de sa luminosité (L_A pour Antarès, L_{\odot} pour le soleil).
- Lors de son implosion une partie de sa masse est transformée en énergie, sa luminosité électromagnétique va augmenter d'un facteur 20 000, doit-on redouter ce phénomène astronomique ?

Dans le même temps, la puissance du rayonnement de neutrinos sera de l'ordre de $10^{13} L_{\odot}$ mais cela n'a quasiment aucun effet mesurable compte-tenu de la section efficace du neutrino...